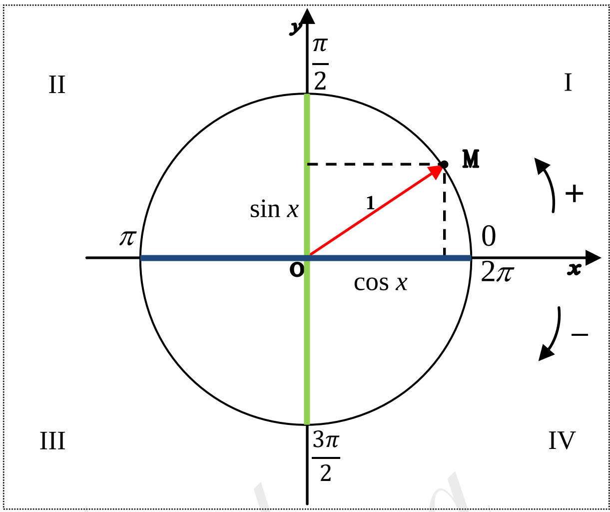
1. Relaţii între funcţiile trigonometrice ale unui argument



$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x;\ \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$

$\text{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \text{ctg}x;\ \text{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \text{tg}x;\ x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

$\text{tg}x = \frac{\sin x}{\cos x};\qquad \text{ctg}x = \frac{\cos x}{\sin x}$

$-1 \le \sin x \le 1;\ -1 \le \cos x \le 1;$

$\sin(\pi - x) = \sin x;\ \cos(\pi - x) = -\cos x;$

$\sin(\pi + x) = -\sin x;\ \cos(\pi + x) = -\cos x$

$\sin(-x) = -\sin x;\ \cos(-x) = \cos x$

$\sin(x + 2k\pi) = \sin x;\ \cos(x + 2k\pi) = \cos x,\ \ \forall k \in Z$

$\text{tg}(x + k\pi) = \text{tg}x;\ \text{ctg}(x + k\pi) = \text{ctg}x,\ \ \forall k \in Z$

$x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right), \cos x > 0, \sin x > 0$

$x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right), \cos x < 0, \sin x > 0$

$x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right), \cos x < 0, \sin x < 0$

$x \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right), \cos x > 0, \sin x < 0$

2. Formule fundamentale

$\sin(x \pm y) = \sin x \cdot \cos y \pm \cos x \cdot \sin y;\ \ \cos(x \pm y) = \cos x \cdot \cos y \mp \sin x \cdot \sin y$

$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2};\ \sin x - \sin y = 2\sin\frac{x-y}{2}\cos\frac{x+y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2};\ \cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\sin 2x = 2\sin x \cdot \cos x;\qquad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - 2\sin^2 x = 2\cos^2 x - 1$

	$\sin x$	$\cos x$	$\text{tg}x$	$\text{ctg}x$
0	$\frac{\sqrt{0}}{2} = 0$	1	0	/
$30^0 = \frac{\pi}{6}$	$\frac{\sqrt{1}}{2} = \frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
$45^0 = \frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
$60^0 = \frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$90^0 = \frac{\pi}{2}$	$\frac{\sqrt{4}}{2} = 1$	0	/	0

3. Aplicaţii ale trigonometrie în geometrie

Considerăm ΔABC cu laturile $a = BC, b = AC, c = AB$

Teorema cosinusului: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$

Teorema sinusurilor: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$, unde R este raza cercului circumscris ΔABC.

Formule pentru aria triunghiului *ABC*

$A_{ABC}=\frac{a\cdot h_a}{2}=\frac{b\cdot h_b}{2}=\frac{c\cdot h_c}{2}$

$A_{ABC}=\frac{b\cdot c\cdot \sin A}{2}=\frac{a\cdot c\cdot \sin B}{2}=\frac{a\cdot b\cdot \sin C}{2}$

$A_{ABC}=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, unde $p=\frac{a+b+c}{2}$

$r=\frac{S}{p}$, raza cercului înscris în ΔABC având aria egală cu *S*.

Triunghi echilateral: $A_{ABC}=\frac{l^2\cdot\sqrt{3}}{4}$

Triunghiul *ABC* dreptunghic, $m(\sphericalangle A)=90^0$, $A_{ABC}=\frac{c_1\cdot c_2}{2}$, unde c_1 și c_2 sunt catete.

Teorema lui Pitagora: $a^2=b^2+c^2$

sinB=$\frac{cateta\ opus\check{a}}{ipotenuz\check{a}}$; cosB=$\frac{cateta\ al\check{a}turat\check{a}}{ipotenuz\check{a}}$; tgB=$\frac{cateta\ opus\check{a}}{cateta\ al\check{a}turat\check{a}}$; ctgB=$\frac{cateta\ al\check{a}turat\check{a}}{cateta\ opus\check{a}}$

4. Funcţii trigonometrice inverse

arcsin:$[-1;1]\to\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$, $\arcsin(-x)=-\arcsin x$

arccos:$[-1;1]\to[0;\pi]$, $\arccos(-x)=\pi-\arccos x$

arctg:**R** $\to\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$, $\mathrm{arctg}(-x)=-\mathrm{arctg}x$

arcctg:**R** $\to(0;\pi)$, $\mathrm{arcctg}(-x)=\pi-\mathrm{arcctg}x$

Ecuaţii fundamentale

$\sin x=a\Rightarrow x\in\left\{(-1)^k\arcsin a+k\pi|k\in Z\right\}$, $a\in[-1;1]$

$\cos x=b\Rightarrow x\in\{\pm\arccos b+2k\pi|k\in Z\}$, $b\in[-1;1]$

$\mathrm{tg}x=c\Rightarrow x\in\{\mathrm{arctg}c+k\pi|k\in Z\}$, $c\in R$

$\mathrm{ctg}x=d\Rightarrow x\in\{\mathrm{arcctg}d+k\pi|k\in Z\}$, $d\in R$

În reperul xOy, orice punct $M(x, y)$ are vectorul de poziție $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$

Lungimea vectorului $\overrightarrow{OM}$ este: $\left|\overrightarrow{OM}\right| = \sqrt{x^2 + y^2}$

Dacă $\vec{u} = x_1\vec{i} + y_1\vec{j}$ și $\vec{v} = x_2\vec{i} + y_2\vec{j}$ atunci $\vec{u} \cdot \vec{v} = x_1x_2 + y_1y_2$, $\cos\left(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}\right) = \frac{x_1x_2 + y_1y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2}}$

$\vec{u} \| \vec{v} \Leftrightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$ $\qquad$ $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow x_1x_2 + y_1y_2 = 0$

Panta direcției vectorului $\vec{v}(a, b)$ este $m = \frac{b}{a}$

Dacă $A(x_A; y_A)$ și $B(x_B; y_B)$

Distanța dintre *A* și *B* sau lungimea segmentului [*AB*]: $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Mijlocul $\boldsymbol{M(x_M; y_M)}$ a segmentului [*AB*]: $x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$; $y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$

Vectorul $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j}$

Ecuația dreptei *AB*: $\frac{y - y_A}{y_B - y_A} = \frac{x - x_A}{x_B - x_A}$ sau $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \end{vmatrix} = 0$

Panta dreptei *AB*: $m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Ecuația dreptei care trece prin punctul *A* și are panta *m*: $y - y_A = m(x - x_A)$

Condiția de coliniaritate a trei puncte $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$ și $C(x_C; y_C)$ este $\begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix} = 0$

Aria triunghiului *ABC*: $A_{ABC} = \frac{1}{2}|\Delta|$, unde $\Delta = \begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix}$

Distanța de la punctul $\boldsymbol{A(x_A; y_A)}$ la dreapta $\boldsymbol{h: ax + by + c = 0}$ este $d(A, h) = \frac{|ax_A + by_A + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Fie dreptele $d_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0$ și $d_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0$

$d_1 \| d_2 \Leftrightarrow m_1 = m_2$ $\qquad$ $d_1 \perp d_2 \Leftrightarrow m_1 \cdot m_2 = -1$ $\qquad$ $d_1 = d_2 \Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$